

О применимости визуализации на сфере Пуанкаре для анализа колебательных процессов в фотохимических и фотоэлектрохимических системах, включая фотоиндуцированные процессы в полупроводниках

О.В.Градов¹

Федеральный Исследовательский Центр Химической Физики им. Н.Н. Семенова (ФИЦ ХФ РАН), Отдел динамики химических и биологических процессов (ОДХБП), ул. Косыгина, д. 4, 119991, Москва, Российская Федерация

¹ORCID: 0000-0001-5118-6261, o.v.gradov@gmail.com

Аннотация

Применение визуализации в форме сферы Пуанкаре для анализа колебаний и самоорганизации в полупроводниках является в настоящее время достаточно экзотическим и практически неиспользуемым, однако не имеющим физических причин которые обеспечивали бы невозможность реализации данного подхода. Нами предлагается использовать метод визуализации в форме сферы Пуанкаре для анализа колебаний экспериментально измеримых концентраций ионов в среде при самоорганизации дисперсных полупроводников (в условиях фотоиндуцированной самоорганизации, СВЧ-индуцированной самоорганизации), а также для анализа колебательного импульсного волнового поведения продуктов их самоорганизации в как дисперсных полупроводниковых приборах. Апробация этого принципа осуществляется с помощью проекции на сферу фазовых портретов данных типов колебаний, что эквивалентно реализации оператора, проецирующего 2D планарный график на объёмную трёхмерную сферу.

Ключевые слова: сфера Пуанкаре, фазовый портрет, научная 3D визуализация.

1. Приложения сферы Пуанкаре в оптике

В настоящее время известны различные области применения сферы Пуанкаре - от оптики до классической и квантовой механики [1]. Объекты, поведение которых исследуется с использованием сфер Пуанкаре, могут варьироваться от обычных поляризационных систем в оптических трактах до поляриметрии в тороидальных камерах с магнитными катушками для магнитного удержания плазмы в задачах достижения управляемого термоядерного синтеза [2]. Если в 1970-е гг. каждое новое приложение данного формата визуализации представляло для большинства физиков смежных дисциплин существенный интерес (например, применимость сфер Пуанкаре для анализа сжатия материалов [3]), то к концу 1980-х гг. преимущественные отрасли приложения сузились до оптики, для репрезентации данных измерений и вычислительных моделей которой были разработаны специальные программные пакеты, использующие классические формализмы, системы уравнений и рендер-алгоритмы [4].

Уже в 1990-е гг. стали появляться достаточно однотипные статьи (отчасти даже базирующиеся на одинаковых программных средствах 3D визуализации и рейтрейсинга) для различных, как правило, оптических и квазиоптических либо радиооптических приложений, что было связано с распространением простых и доступных программных пакетов / математического обеспечения. В одной из первых статей данного "жанра", давшей неофициальное название "жанру" ("One more application of Poincare sphere"), хотя и написанной ещё до начала триумфального

шестивия цифровых средств визуализации на сфере Пуанкаре, описываются уже известные к середине 1990-х гг. области и направления применения сферы Пуанкаре в поляризационной оптике [5]:

«В течение последнего десятилетия найдено много способов применения сферы Пуанкаре, поэтому теперь ее можно применять к следующим проблемам поляризационной оптики:

1. Каждой точке поверхности сферы можно задать один вектор Стокса поляризации света, где каждой точке на сфере соответствует одно состояние поляризации.

2. Каждой точке поверхности сферы можно задать одно состояние поляризации собственной волны (первого собственного вектора) анизотропной среды.¹

3. Каждой точке на поверхности сферы Пуанкаре соответствует один собственный вектор поляризатора.

4. Для заданного эллипса состояния поляризации света можно считать фазовый сдвиг <5 и угол.

5. С помощью сферы Пуанкаре определимо состояние поляризации света после прохождения соответствующего светового луча через произвольную двулучепреломляющую среду.

6. С помощью сферы Пуанкаре возможно объяснить методы анализа состояния поляризации света.

7. С помощью сферы Пуанкаре можно определить состояние и степень поляризации светового луча, составленного из двух взаимно некогерентных световых лучей с разными состояниями и степенями поляризации.

8. С помощью сферы Пуанкаре можно определить общие свойства недихроичных двулучепреломляющих сред.

9. С помощью сферы Пуанкаре можно объяснить принцип действия методов измерения, использующих полярископ с прямыми или азимутальными компенсаторами.²

10. С помощью сферы Пуанкаре можно определить интенсивность произвольно поляризованного света после его прохождения через произвольный поляризатор (закон Малюса).³

11. Разработано несколько методов расчета изменений состояния поляризации вследствие отражения».

Приведенный текст является переводом следующего оригинала, в котором существует ряд синтаксических ошибок, а однозначный (одновременно точный к оригиналу и физически корректный без дополнительной литературной правки предложений) перевод несколько затруднён:

"In the course of the last decade, several ways of exploiting the Poincaré sphere were found so now it may be applied to the following problems in polarization optics:

1. One Stokes' vector of light polarization state may be prescribed to each point of the sphere surface, and reversely each point on the sphere corresponds to one state of polarization.

2. One state of polarization of the quicker eigenwave (first eigenvector) of the anisotropic medium may be prescribed to each point on the sphere surface.

¹ Прим.: хотя, строго говоря, система параметров Стокса / четырёхмерный вектор Стокса отличается как раз тем, что позволяет учесть и неполяризованную часть излучения, в отличие от того же комплексного вектора Джонса (комплексных амплитуд двух ортогональных компонент вектора напряжённости), применяемого для полностью поляризованных пучков

² Прим.: Имеются в виду компенсатор Сенармона, применяемый для анализа определения направления главных напряжений при прохождении эллиптического поляризованного света, в том числе для двулучепреломляющих сред (Senarmont compensators for elliptically birefringent medium)

³ "Интенсивность плоскополяризованного света в результате прохождения плоскополяризующего фильтра падает пропорционально квадрату косинуса угла между плоскостями поляризации входящего света и фильтра".

3. One eigenvector of polarizer corresponds to each point on the sphere surface.
4. For a given ellipsis of light polarization state the phase shift $\Delta\phi$ and the diagonal angle may be read out.
5. With the aid of the Poincaré sphere the state of light polarization may be determined after passing of the corresponding light beam through an arbitrary biréfringent medium.
6. With the aid of the Poincaré sphere the methods of analysis of light polarization state may be explained.
7. With the aid of the Poincaré sphere the state and the degree of polarization of a light beam composed of two mutually incoherent light beams of different states and degrees of polarization can be determined.
8. With the aid of the Poincaré sphere the general properties of nondichroic biréfringent media can be determined.
9. With the aid of Poincaré sphere the operation principle of the measurement methods exploiting a polariscope with immediate or azimuthal compensators may be explained.
10. With the aid of the Poincaré sphere the intensity of an arbitrary polarized light after its passage through an arbitrary polarizer (general Malus law) may be determined.
11. Several calculation methods of the changes in polarization state due to reflection have been elaborated".

Конкретно в цитируемой работе автор ставит очень близкую цель из области поляризационной оптики: "В этой статье мы хотим обратить внимание на то, что с помощью сферы Пуанкаре легко могут быть определены также и интенсивности собственных волн в эллиптической среде, на которую падает эллиптически поляризованная световая волна" / "In the present paper, we want to draw attention to the fact that (with the help of the Poincaré sphere) also the intensities of both eigenwaves in an elliptical medium on which an elliptically polarized light wave falls, may be easily determined" (орфография автора везде сохранена). Множество подобных приложений было апробировано и внедрено в практику в серии работ Детвиллера [6-10].

В дальнейшем преимущественной областью приложений визуализации на сфере Пуанкаре стала именно поляризационная оптика [11,12], в том числе - лазерная поляризационная оптика и волоконная поляризационная оптика [13,14], в рамках которой особо интересными предстают задачи визуализации для многомодовых волокон [15], а также задачи распространения света в волноводах или оптических резонаторах под действием внешних возмущений и нелинейных взаимодействий света со средой, включая применения метода связанных мод [16,17]. Процессы поляризационной модовой дисперсии также могут быть визуализированы с использованием сфер Пуанкаре [18] (хотя первые приложения сферы Пуанкаре как раз для изучения модовой поляризации в лазерной оптике относятся ещё к 1970-м годам [19], равно как и первые приложения в когерентной оптике в целом [20], эти задачи продолжают быть актуальными и в наше время).

В качестве необходимого физического дополнения следует отметить, что описание для неполяризованного и некогерентного или частично когерентного излучения с использованием сферы Пуанкаре также возможно [21,22].

Особо сложными, но и наиболее интересными могут считаться задачи исследования модуляции пучков при когерентном освещении случайно-неоднородных объектов (поверхностей с микрошероховатостью) или при пропускании когерентного пучка через среду с пространственно неоднородным показателем преломления [23], задачи оптики анизотропных сред [24] и двулучепреломляющих сред [25]. Однако, с математической точки зрения, существенный интерес представляют требующие решения обратной задачи направления эллипсометрии, в которой сферы Пуанкаре используются с 1960-х гг. [26], а также распространение уединенных волн, нелинейных пучков и импульсов (в том числе - в оптоволокне), в которых также используется метод обратной задачи [27].

Так, в классической монографии Ахмедиева и Анкевича по нелинейным пучкам и импульсам [28] в существенном ряде случаев используется формализм и результаты симуляции с визуализацией на сфере Пуанкаре. Например, траектории периодических решений с осциллирующей фазой с отображением в форме замкнутых петель между двумя сепаратрисами на сфере Пуанкаре приводятся в главе 7 ("Импульсы в нелинейных средах с двойным лучепреломлением", пп. 7.13, с. 137, рис. 7.5). Эволюция параметров Стокса для быстрой уединённой волны, распространяющейся в нелинейной среде, показана в том же разделе (численные примеры в пп. 7.16, стр. 144-145). Сфера Пуанкаре применена в главе 8 ("Импульсы в нелинейных волоконных ответвителях") для визуализации траекторий решения задачи о нелинейном ответвителе (рис. 8.5, стр. 162); при этом указывается, что "в задаче о волокне с двулучепреломлением эллиптическая особая точка... соответствует нижней (медленной) ветви энергетической дисперсионной диаграммы, а в задаче о нелинейном ответвителе эквивалентная ей точка...отвечает верхней ветви" (т.е. антисимметричному состоянию). В численных примерах данного раздела (пп. 8.10, стр. 165, рис. 8.6 а-е) эволюция интегральных параметров Стокса для импульсов в нелинейном ответвителе показывает разнообразие фокусов при изменении энергии в волокне с одним ядром (сердцевинной). Пример визуализации эволюции интегральных параметров Стокса для импульсов в нелинейном ответвителе из рис. 8.6 данной монографии приводится на рис. 1. , Траектории периодических решений с осциллирующей фазой с отображением в форме замкнутых петель между двумя сепаратрисами на сфере из в главы 7 ("Импульсы в нелинейных средах с двойным лучепреломлением", пп. 7.13, с. 137, рис. 7.5) приводятся на рис. 2.

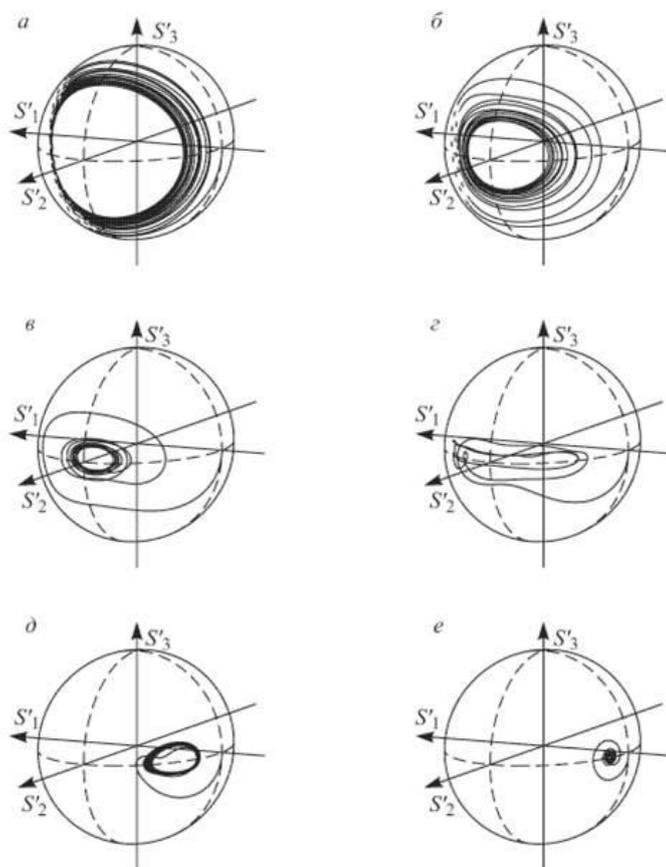


Рис. 1: Воспроизведение эволюции интегральных параметров Стокса для импульсов с различными значениями энергии в волокне с единственной сердцевинной из монографии [28] (рис. 8.6).

Представляют интерес также приложения сферы Пуанкаре в задачах разных типов модуляции и описании эффектов отдельных типов модуляторов сигнала. В частности:

1. интерференционно-поляризационные фильтры, вносящие фазовый сдвиг, могут быть описаны с использованием сферы Пуанкаре [29], а в волоконных кольцевых интерферометрах расчёт невзаимной геометрической фазы встречных волн может быть осуществлён методом сферы Пуанкаре [30]; это является частным случаем анализа интерференции поляризованных пучков методом сферы Пуанкаре [31];

2. перенастраиваемые полуволновые пластинки могут быть описаны в рамках формализма и визуализации сферы Пуанкаре [32];

3. действие керровских модуляторов (основанных на квадратичном электрооптическом эффекте - изменении значения показателя преломления материала пропорционально квадрату напряжённости приложенного электрического поля) и фотоэластических модуляторов, а также интерпретация измерений эффекта Керра с использованием последних могут быть осуществлены на основании представлений на сфере Пуанкаре [33].

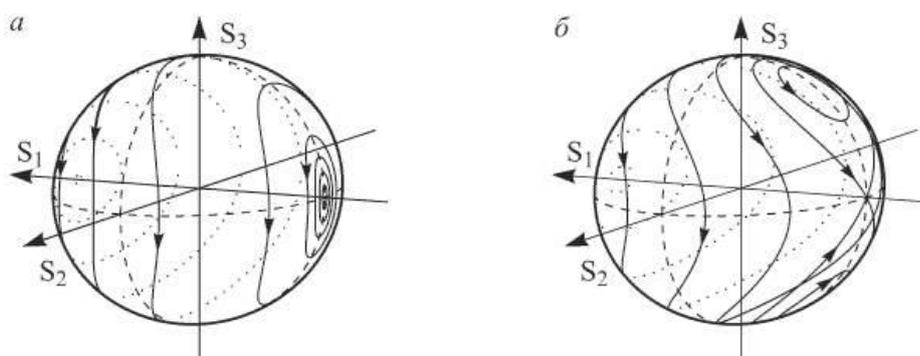


Рис. 2: Траектории периодических решений на сфере Пуанкаре из монографии [28] (рис. 7.5).

2. Приложения сферы Пуанкаре в радиочастотной области

Однако, являясь более общим средством отображения волновых процессов, чем то предполагается наиболее распространенным массивом пользователей (т.е. оптиков), сферы Пуанкаре могут использоваться и в задачах распространения радиочастотных сигналов вплоть до СВЧ [34] и ТГц области.

С 1960-х гг. в СССР велись НИОКР с применением сферы Пуанкаре в вероятностном анализе углов поляризации частично поляризованных сигналов, волновых пакетов [35]. В 1970-х гг. Л.А. Животовским опубликован цикл работ по поиску оптимумов приёмных антенн по поляризации для определения максимального отношения сигнал-шум, точнее - "сигнал - сумма паразитной интерференции и шума", а также селекции / выделения сигнала из шума с использованием сферы Пуанкаре [36,37]. Многие из таких работ в СССР были засекречены, так как предназначались для радаров и противовоздушной обороны. В тот же период, но позже такие же работы были инициированы за рубежом и публиковались в IEEE Transactions on Antennas and Propagation [38]. В новом веке эти работы также продолжают, но акценты их смещены в гражданскую сферу. Например, поляризационные измерения на базе сфер Пуанкаре могут проводиться в эхо-томографии, эхо-энцефалографии, эхо-кардиографии, эхо-методах ультразвуковой дефектоскопии. Одна из первых работ XXI века с использованием формализма и визуализации сферы Пуанкаре как раз была посвящена анализу ко-поляризованных эхо-кривых [39]. В 2000-е и 2010-е гг. в задачах поляризационной оптимизации приёмных антенн методами сферы Пуанкаре

произошёл коренной перелом, связанный с внедрением новых генетических и эволюционных алгоритмов [40], а также машинного обучения. В связи с этим, на данный момент на первый план выходит использование сферы Пуанкаре как унифицированного средства распознавания образов сигналов и их координатной репрезентации. Так, в геофизике становятся популярными методы измерения и нейросетевой классификации на сфере Пуанкаре [41,42], в том числе - с использованием кватернионов. Такие физические задачи являются, по сути, в некотором смысле, двухстадийным обучением без учителя с генерацией новых классов [43]. Это особенно характерно для радаров с синтетической апертурой.

С другой стороны, в терагерцовой безлинзовой микроскопии (собственные данные, 2010 г.) также могут быть полезны подобные представления. Таким образом, от оптического (в том числе УФ) диапазона до длинноволнового радио - везде могут найти приложения сферы Пуанкаре для анализа волновых сигналов [44] и процессов. Казалось бы: куда далее можно экстраполировать применимость данного метода, данного подхода, данной техники?

3.К возможности общего анализа волновых процессов на сфере Пуанкаре - техническая экспликация

Однако, в действительности, следует ставить вопрос шире. Дело в том, что в качестве волновых процессов с поляризацией, теоретически, может выступать целый ряд процессов, не имеющих никакого отношения к оптике и радиоволнам - от давно известных концентрационных волн в гетерогенных средах, колебаний в реакциях типа Белоусова-Жаботинского [45-50] до столь же известных демографических волн [51-53] (мы благодарим за последний пример коллегу из Зеленограда, демографа Д. Шевченко). Фактически любые комплексные сигналы (то есть - сигналы, выражаемые через фазор - комплексную амплитуду, модуль и аргумент которой равны амплитуде и начальной фазе гармонического сигнала) в физике можно представить на сфере Пуанкаре [54].

Любые колебания, которые в биофизике описываются с использованием дифференциальных уравнений (ОДУ) и решаются численным путём могут быть описаны методом сферы Пуанкаре. Траектории полиномиальной дифференциальной системы могут быть описаны на сфере Пуанкаре [55,56]. Особые точки кубической дифференциальной системы на экваторе сферы Пуанкаре имеют определенную ценность в аспекте анализа и контроля соответствующих ей процессов [57]. Такие задачи решались ещё в 1960-е гг. [58-60]. В настоящее время подобные проблемы решаются с применением формализма и визуализации векторных полей в окрестности экватора сферы. Это направление на территории быв. СССР наиболее эффективно развивается В.Ш. Ройтенбергом [61-63]. Соответствующий формализм вызывает известный интерес в математическом аспекте. Апробация ведётся на моделях процессов и "абстрактных" колебательных режимах в формальной записи.

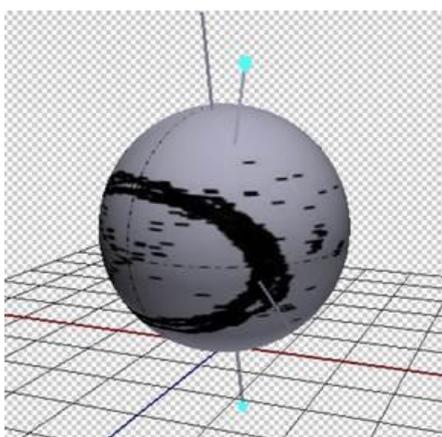
Тем не менее, апробации метода сфер Пуанкаре на экспериментально выявленных автоколебаниях и, шире, кинетических режимах реакций (типа Белоусова-Жаботинского, Бриггса-Раушера, Брея-Либавски и др.) единичны, а для анализа в гетерогенных и дисперсных системах их никто не проводил. Так, целая отрасль исследования колебаний в дисперсных полупроводниках пока не является совмещённой с анализом на сфере Пуанкаре (вообще говоря, на сфере Пуанкаре из как-то связанных с полупроводниками работ можно назвать разве что анализ вращения плоскости поляризации в полупроводниковых оптических усилителях [64], но это никак не относится к поведению собственно материала - полупроводника).

Однако нами ещё в экспериментальных изысканиях 2000-х гг. показано, что и на дисперсных фотополупроводниках, и на магнитных жидкостях, и на фотоэлектретах, и

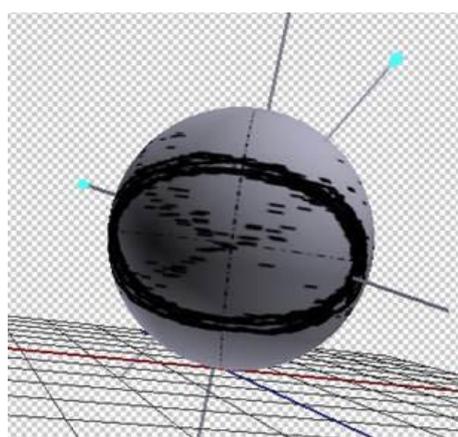
на колебательных реакциях (колебания концентраций ряда ионов) применимость метода сферы Пуанкаре может быть проиллюстрирована:

- На рис. 3 (а, б) показана визуализация типа сферы Пуанкаре с предельным циклом, подобным визуализированному на рис. 1 (а, б) или рис. 2 (а).
- На рис. 3 (в) показана визуализация типа сферы Пуанкаре с фокусом, чем-то подобным визуализированным на рис. 1 (в-д).
- На рис. 3 (г) показана визуализация типа сферы Пуанкаре с неустойчивым фокусом и репеллером.
- На рис. 3 (д, е) приводятся результаты визуализации линий кинетических режимов, подобная отдельным решениям на рис. 2 (б).

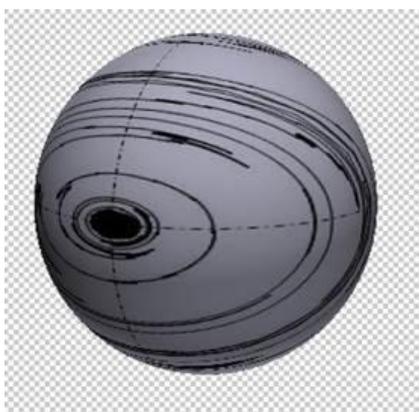
Подчеркнём, что, в отличие от вычислительных данных для оптоволоконных и, шире, поляризационных схем интегральной оптики, приведенные изображения являются отображениями реальных эмпирических данных, полученных одной из групп, существовавшей в НИИ быв. РАН и работавшей над процессами самоорганизации и реакции с диффузией в ультрадисперсных и биополимерно-композитных системах. На нас на рубеже десятилетий была возложена работа (к сожалению, невостребованная после 2013 г.) по анализу и визуализации этих данных. Это привело к созданию подобных форматов визуализации. Однако на данный момент оптимальный код так и не создан: текущая визуализация часто не сохраняет пропорции и не позволяет установить значения по координатным осям, по сути, производя простую проекцию на сферу (2012).



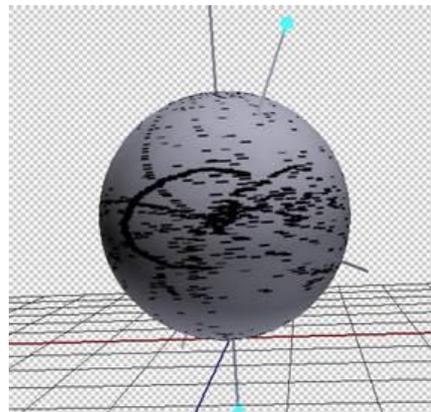
а



б



в



г

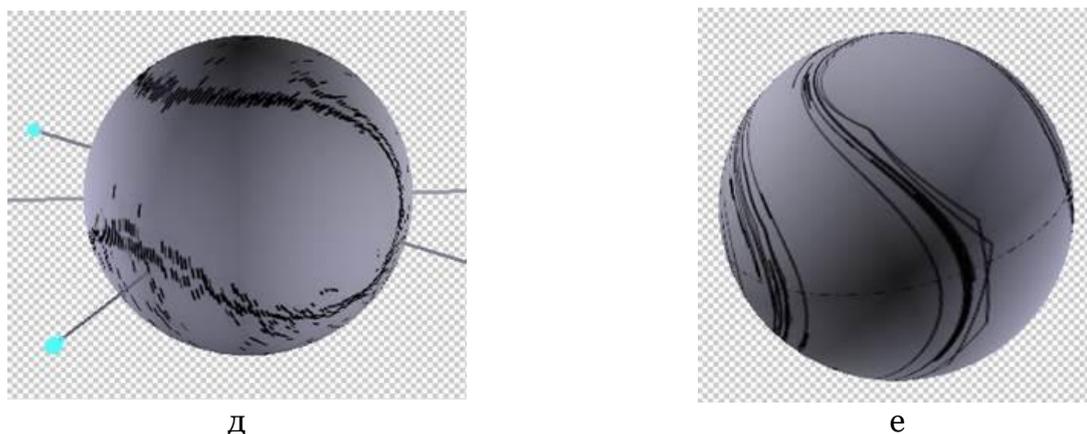


Рис. 3: Результаты проективной визуализации на сфере кинетических режимов.

4.Обсуждение: современные перспективы развития направления.

Как можно предполагать из данного материала, визуализация колебаний на сфере Пуанкаре может явиться хорошим средством анализа многих процессов, связанных с самоорганизацией в разных физических средах, распространением возбуждений в нелинейных физико-химических либо биофизических системах с переносом ионов (например, в нейронных структурах и более простых сетях, основанных на мицелиях и т.д. [65-68]), а также в системах вычислений на их основе [69-73]. Рассматриваемый способ визуализации может рассматриваться, *sensu lato* (в широкой трактовке выражения / термина), как новая разновидность 3D визуализации фазовых пространств / фазовых портретов, отличающаяся от большинства употребительных моделей [74-76] проекционным поверхностным способом визуализации траекторий, но не эквивалентная тому, что называется в большинстве классических работ [77-81] проекцией фазовых пространств (той или иной размерности). В силу перспективного характера данной визуализации, в ходе неоптимального рендеринга, имеется уширение / уменьшение точек или областей фазового пространства, в зависимости от координаты, поэтому пока о рассматриваемом методе визуализации можно говорить, скорее как о простом и доступном способе дидактической эвристически ценно визуализации, чем как о геометрически точном отображении; однако данная ошибка может быть быстро устранена при продолжении работы над кодом (представленные устаревшие, не оптимальные изображения, очевидно, могут являться лишь иллюстрацией того, что может выявлять и показывать пользователю данная техника визуализации).

В принципе, реализуема генерализация визуализации с применением сфер Пуанкаре в более широкую область приложений. Для этого осуществимы такие элементарные переходы, как переход к сфере Римана (соответствующей сфере Пуанкаре математически) или сфере Блоха для визуализации / "репрезентации" фазовых пространств [82]. Ограничения приложимости данных репрезентаций имеют дефинитивный характер, так как та же сфера Римана может пониматься как синоним расширенной комплексной плоскости или, корректнее, как сфера со стереографической проекцией в плоскость, отождествляемой с комплексной плоскостью. Оптимально использование её внутренности постоянной кривизны (отрицательной) в области досветовых скоростей, а направления (и траектории процессов) соответствуют времени. В то же время, внутренность сферы Блоха, исторически отождествляемой в поляризационной оптике со сферой Пуанкаре, используемой для трехмерного представления параметров Стокса и индикации типов

поляризации по векторам Джонса, геометрически устроена как обычный шар. Применений сферы Блоха в физике и в кибернетике существенно больше, чем применений сферы Пуанкаре в поляризационной оптике и вышеуказанных смежных областях науки (см. текст обзора данной статьи). Так, с точки зрения визуализации для анализа неклассических систем вычислений, перспективными представляются применения сферы Блоха для контроля квантовых вычислений с использованием кубитов и квантовых ячеек с большим числом состояний или степеней свободы (например, кутритов – квантовых аналогов единиц измерения количества информации источников с 3 одинаково вероятными сообщениями). В связи с этим, целесообразно отметить, что поток статей с применением сферы Блоха для репрезентации работы с кубитами принял феноменальные масштабы, начиная с 2010 годов (и сохраняет эту динамику по настоящее время) [83-91], а с середины 2010-х гг. к нему присоединился комплекс работ с геометрическими генерализацией и многомерными вариантами сферы Блоха для кутритов [92,93].

Отметим, что размерность моделей двух кубитов в моделях сферы Блоха может соответствовать геометрической алгебре шестимерного (6D) Эвклидова векторного пространства [94], тогда как сфера Римана для квантовой механики (в том числе при анализе передачи и обработки квантовой информации кубитов и кутритов) используется при параметризации состояния систем, описываемых двухмерным пространством, в связи с чем на ней применимы геометрические и "геодезические" координаты. Впрочем, на сфере Блоха возможна визуализация и геодезических и нуль-фазовых кривых многомерного пространства состояний [95]. Авторы работы [95] пишут: "Геометрическое представление пространства состояний n -уровневой квантовой системы необходимо для характеристики системы. Один из возможных способов достигнуть этого - понять структуру геодезических и нулевых фазовых кривых в пространстве состояний. Кривые с нулевой фазой - пути, вдоль которых не имеется накопления геометрической фазы, а геодезические дают кратчайшее расстояние между любыми заданными двумя точками и являются частными случаями кривых с нулевой фазой". И далее: "Пространство состояний для двухуровневой системы - сфера (Блоха), её геодезические - большие окружности" (*на сфере*), а "нахождение геодезических не является тривиальной задачей в системах более высокого уровня" [Ibid]. Но, очевидно, с применением ряда экзотических конструкций, таких, как "Majorana star representation" (известное преобразование Майораны, встречающееся и как "Majorana stellar representation"), проблема репрезентации высокой размерности может быть эффективно решена. При этом, очевидно, что репрезентация любых осцилляционных / волновых и квантовых систем на сфере Пуанкаре или Блоха является, с позиций геометрии, эквивалентной, что позволяет достичь (полной) алгоритмической унификации; соответственно, один формат репрезентации или визуализации может использоваться для фотонных кубитов и для электронных кубитов (что хорошо и на сферах Римана, параметризующих состояния систем, описываемых в 2D, таких, как спины массивных фермионов / частиц со спином $1/2$, таких как электрон).

Поэтому, с нашей точки зрения, в отдалённой перспективе можно говорить о репрезентации на сфере Пуанкаре / сфере Блоха / сфере Римана произвольных составляющих подобных вычислительного подходов, особенно - учитывая, что специфические эффекты (например - квантовой декогеренции [96]) для кубитов в спин-фермионных моделях исследуются с конца позапрошлого десятилетия, работы по квантовым вычислениям с полуцелыми спинами ведутся почти с тех же времён (и по настоящее время) [97-101], а отображения фермионов в кубиты используются со второй половины прошлого десятилетия [102-107]. Отметим, что Майорановские фермионные кубиты (как известно, фермионы Майораны в физике твёрдого тела являются уникальными (квази-)частицами, являющимися собственными античастицами) также существуют [108,109]. Хорошо известно, что квазичастицы с подобными свойствами фиксировались в экспериментах на полупроводниковых нанопроволоках, в связи с чем

характерным является факт реализации кубитов и, соответственно, квантовых вычислений (особенно, спин-орбитальных кубитов, закодированных квазичастицами-дырками) на подобных полупроводниковых нанопроволоках [110-112]. Такие системы, основанные на полупроводниковых нанопроволоках, которые склонны к самоорганизации или самосборке (как консервативной самоорганизации) [113-118] могут изучаться с использованием методов нелинейной динамики и индикации или отображения фазовых пространств на сферах типа Пуанкаре / Блоха. А приложение методов, используемых в теории самоорганизации и синергетики, в широком её смысле, к неклассическим формам вычислений, рассмотренным выше, может явиться, в некотором смысле, катализатором развития исследований самоорганизующихся квантовых вычислительных систем с использованием их отображений на сфере. Последнее предположение является тем более правдоподобным, чем больше за последнее время появляется работ по квантовым самоорганизующимся схемам и сетям, в том числе - нейросетям с нечеткой логикой и самоорганизующимся в духе Кохоннена самоорганизующимся картам (хотя часть из них спекулирует, а не реализует действительно квантовые вычисления - что может вести к распаду направления, в силу профанации значений терминов за счёт их реификации или метонимии в угоду "модным" сферам и областям применимости) [119-126]. По этой причине на момент завершения настоящей статьи (2022-2023) мы можем говорить о переходе областей применимости рассматриваемого / предлагаемого подхода к визуализации не только в области классических автоколебательных и самоорганизующихся нелинейных систем, но и в области квантовых структур и систем квантовых вычислений.

Заключение

Гетерохрония библиографического списка позволяет читателю задуматься о том, когда, в действительности, была завершена рукопись.

Первый препринт данной работы в машинописном виде вышел в 2009 году в период работы первого автора в НИО (научно-исследовательском отделе) МГОУ над анализом химических колебаний и реакционно-диффузионных процессов [127]; но в том манускрипте не рассматривались библиографические аспекты исследования в этой области, а только приводились формулы, коды и результаты визуализации на сфере Пуанкаре для экспериментальных данных, полученных до 2009 года.

Вторая версия препринта с библиографическим аппаратом была готова в 2012 году. В ней были рассмотрены приложения в кардиологии и клеточной электрофизиологии, что было связано с активной коллаборацией с коллегами из Отдела исследований мозга НЦН РАМН и Кафедры анатомии и физиологии человека и животных. При этом в качестве исходных данных использовались экспериментальные данные из опытов, проводимых в последней указанной институции, находившиеся в формате файлов электрофизиологических измерений, считывавшихся программами АЦП AD Instruments (незаконченный цикл работ [128-130]).

Третья версия статьи с указанием возможностей использования в анализе переходных процессов в импедансных счётчиках (т.н. "радиочастотных цитометрах") была подготовлена в 2016 году в период работы над проектами по созданию лабораторий на чипе для цитологической диагностики. В то же время, работая над анализом масс-спектров ионно-циклотронного резонанса, автор был готов к так и не состоявшейся презентации по использованию сферы Пуанкаре в анализе исходных данных ИЦР и ряда комбинированных методов с использованием фазовых портретов и ряда комплексных спектральных методов [131,132].

Все эти версии на данный момент оказались невостребованными, в силу распада группы в 2018-2019 гг. и утери лабораторной базы, необходимой для продолжения этих работ. Организационные и глобальные причины заставляют публиковать текст в текущем виде, так как мы не можем гарантировать, что за месяцы, требующиеся для

подготовки к подаче и публикацию всех версий не произойдёт предполагаемых форсмажорных обстоятельств, ставящих крест на продолжении любых работ.

Литература

1. Malykin G. B. Use of the Poincare sphere in polarization optics and classical and quantum mechanics. review // Radiophysics and Quantum Electronics. – 1997. – Т. 40. – №. 3. – С. 175-195.
2. Segre S. E. Analysis of tokamak polarimetry by a hybrid Jones matrix/Poincare sphere method // Plasma Physics and Controlled Fusion. – 1994. – Т. 36. – №. 9. – С. 1457.
3. Pelzerba. Properties of Poincare sphere - application to stress analysis // Annales de la Societe Scientifique de Bruxelles: Ser. 1 - Sciences Mathematiques, Astronomiques et Physiques. – 1970. – Т. 84. – №. 3. – С. 323.
4. Stephens N. W. F. Poincare sphere representation // Applied Optics. – 1982. – Т. 21. – №. 16. – С. 2865-2865.
5. Ratajczyk F. One more application of Poincare sphere // Optica Applicata. – 1995. – Т. 25. – №. 2. – С. 153-156.
6. Dettwiller L. Imagerie, coherence, information-5-Theorie de la coherence de polarisation avec les matrices de Jones et la sphere de Poincare-Applications-1. Formulation du probleme en termes de matrices de // Annales de Physique. – 1999. – Т. 24. – №. 3. – С. 53-54.
7. Dettwiller L. Imagerie, coherence, information-5-Theorie de la coherence de polarisation avec les matrices de Jones et la sphere de Poincare-Applications-2. Expression de la fonction et du facteur de // Annales de Physique. – 1999. – Т. 24. – №. 3. – С. 55-58.
8. Dettwiller L. Imagerie, coherence, information-5-Theorie de la coherence de polarisation avec les matrices de Jones et la sphere de Poincare-Applications-3. Etude du facteur de coherence en fonction de la // Annales de Physique. – 1999. – Т. 24. – №. 3. – С. 59-65.
9. Dettwiller L. Imagerie, coherence, information-5-Theorie de la coherence de polarisation avec les matrices de Jones et la sphere de Poincare-Applications-4. Proprietes // Annales de Physique. – 1999. – Т. 24. – №. 3. – С. 66-72.
10. Dettwiller L. Imagerie, coherence, information-5-Theorie de la coherence de polarisation avec les matrices de Jones et la sphere de Poincare-Applications-5. Exemples et applications // Annales de Physique. – 1999. – Т. 24. – №. 3. – С. 73-81.
11. Смирнов В.И. Визуализация дисперсионных границ оценок поляризационных параметров излучения на сфере Пуанкаре // Научная визуализация. – 2019. – Т. 11. – №. 5. – С. 35-45.
12. Meng F., Song L. The Poincare Sphere Presentation of Polarized Light Devices' Effect // Journal of Qufu Normal University: Natural Science. – 2005. – Т. 31. – №. 4. – С. 71.
13. Zhang D., Sun L., Dong X. Application of the Poincare sphere in analyzing state polarization transmission in optical fiber // Journal of Optoelectronics Laser. – 2003. – Т. 14. – №. 10. – С. 1099-1102.
14. Olivard P., Gerligand P. Y., Le Jeune B., Cariou J., Lotrian J. Stokes-Mueller formalism and Poincare sphere representation applied to studies of monomode optical fibers // Proc. SPIE. – 1997. – Т. 3094. – С. 30-40.
15. Krishna C. H., Roy S. Poincare sphere representation for vector vortex modes of a few-mode fiber // Optical Engineering. – 2019. – Т. 58. – №. 1. – С. 016109.
16. Chinn S. R. Differential coupled mode analysis and the Poincare sphere // Applied Optics. – 1989. – Т. 28. – №. 9. – С. 1661-1665.
17. Chinn S. R. Differential coupled mode analysis and the Poincare sphere: erratum // Applied Optics. – 1989. – Т. 28. – №. 18. – С. 3795-3795.

18. Zhao J., Xia Y., Zhang X. Fast Measurement of Polarization Mode Dispersion Using Improved Poincare Sphere Method // *Journal of Optoelectronics Laser*. – 2004. – Т. 15. – №. 3. – С. 318-321.
19. Lang D. E. Flow lines on the Poincare sphere as an aid to the study of mode polarization in lasers // *IEEE Journal of Quantum Electronics*. – 1971. – Т. 7. – С. 441-444.
20. Bacry H., Grossmann A., Zak J. Geometry of generalized coherent states 4th International Colloquium on Group Theoretical Methods in Physics, Nijmegen, 1975. 20p.
21. Potekhin V. K. Description of unpolarized radiation by means of a poincare sphere // *Optics Communications*. – 1983. – Т. 46. – №. 5-6. – С. 261-264.
22. Ratajczyk F. Determination of both the state and the degree of polarization for a mixture of nonuniform, incoherent light beams with the aid of Poincare sphere // *Optica Applicata*. – 1995. – Т. 25. – №. 2. – С. 103-107.
23. Villamizar Amado A. L., Sierra-Sosa D., Elmaghraby A., Grumel E., Rabal H., Tebaldi M. Poincare sphere noise filtering for singularities in dynamic speckle activity: Application to paint drying time measurement // *Optics and Lasers in Engineering*. – 2021. – Т. 136. – С. 106317.
24. Ratajczyk F., Kurzynowski P. Poincare sphere in the optics of anisotropic media // *Optica Applicata*. – 1997. – Т. 27. – С. 255-272.
25. Johnson M. Poincare sphere representation of birefringent networks // *Applied Optics*. – 1981. – Т. 20. – №. 12. – С. 2075-2080.
26. Robert A. J. Application of a poincare sphere to precision ellipsometry // *Bulletin de la Societe Francaise Mineralogie et de Cristallographie*. – 1968. – Т. 91. – №. 4. – С. R48.
27. Абловиц М., Сигур Х. Солитоны и метод обратной задачи. М.: Мир, 1987. 480с.
28. Ахмедиев А., Анкевич А. Солитоны. Нелинейные пучки и импульсы. М. Физматлит. 2003. 304 с.
29. Drichko N. M. The effect of phase-shifter errors on the transmittance of an interference-polarization filter step // *Soviet Journal of Optical Technology*. – 1970. – Т. 37. – С. 90-93.
30. Малыкин Г. Б. Расчет невзаимной геометрической фазы встречных волн в волоконном кольцевом интерферометре методом сферы Пуанкаре // *Оптика и спектроскопия*. – 1998. – Т. 84. – №. 3. – С. 515-517.
31. Rokosova L. A., Rokos I. A. Analysis of Polarized-Beam Interference by the Poincare Sphere Method // *Optika i Spektroskopiya*. – 1983. – Т. 54. – №. 5. – С. 839-845.
32. Heddle D. W. O. Tunable half-wave plates: an exercise on the Poincare sphere // *European Journal of Physics*. – 1980. – Т. 1. – №. 4. – С. 216.
33. Suits F. Poincare sphere interpretation of Kerr-effect measurements using a photoelastic modulator // *IEEE Transactions on Magnetics*. – 1992. – Т. 28. – №. 5. – С. 2976-2978.
34. Sauter E. G. Gaussian beams and the Poincare sphere // *Microwave and Optical Technology Letters*. – 1991. – Т. 4. – №. 11. – С. 485-486.
35. Rodimov A. P., Potekhin V. A. Distribution of probabilities of position of polarization point of a partially polarized wave on a poincare sphere // *Radio Engineering and Electronic Physics - USSR*. – 1967. – Т. 12. – №. 12. – С. 2038-&.
36. Zhivotovskii L. A. Optimum polarization of receiving antenna // *Radio Engineering and Electronic Physics*. – 1972. – Т. 17. – С. 1947-1949.
37. Zhivotovskii L. A. The Poincare sphere and optimal selection // *Radioelektronika*. – 1973. – Т. 16. – С. 48-53.
38. Deschamps G. A., Mast P. E. Poincare sphere representation of partially polarized fields-reply // *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*. – 1975. – Т. 23. – №. 5. – С. 748-748.
39. Czyż Z. H. Constant co-polarized echo curves on the Poincare sphere // *Journal of Telecommunications and Information Technology*. – 2001. – №4. – С. 7-10.

40. Okubo S. Receive antenna polarization optimization using genetic algorithm and Poincare sphere // *Kyokai Joho Imeji Zasshi/Journal of the Institute of Image Information and Television Engineers*. – 2002. – Т. 56. – №. 4. – С. 663-669.
41. Shang F., Hirose A. Quaternion neural-network-based PolSAR land classification in Poincare-sphere-parameter space // *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*. – 2013. – Т. 52. – №. 9. – С. 5693-5703.
42. Kinugawa K., Shang F., Usami N., Hirose A. Isotropization of quaternion-neural-network-based polsar adaptive land classification in poincare-sphere parameter space // *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*. – 2018. – Т. 15. – №. 8. – С. 1234-1238.
43. Takizawa Y., Shang F., Hirose A. Adaptive land classification and new class generation by unsupervised double-stage learning in Poincare sphere space for polarimetric synthetic aperture radars // *Neurocomputing*. – 2017. – Т. 248. – С. 3-10.
44. Sciammarella C. A., Lamberti L. Generalization of the Poincare sphere to process 2D displacement signals // *Optics and Lasers in Engineering*. – 2017. – Т. 93. – С. 114-127.
45. Kuramoto Y., Tsuzuki T. Persistent propagation of concentration waves in dissipative media far from thermal equilibrium // *Progress of theoretical physics*. – 1976. – Т. 55. – №. 2. – С. 356-369.
46. Gyorffy B. L., Stocks G. M. Concentration waves and Fermi surfaces in random metallic alloys // *Physical review letters*. – 1983. – Т. 50. – №. 5. – С. 374.
47. Paterson R., Doran P. A new method for determining membrane diffusion coefficients from their response to regular forced concentration waves // *Journal of Membrane Science*. – 1986. – Т. 27. – №. 2. – С. 105-117.
48. Van Wijngaarden L., Kapteyn C. Concentration waves in dilute bubble/liquid mixtures // *Journal of fluid mechanics*. – 1990. – Т. 212. – С. 111-137.
49. Schweich D., Sardin M., Jauzein M. Properties of concentration waves in presence of nonlinear sorption, precipitation/dissolution, and homogeneous reactions: 1. Fundamentals // *Water resources research*. – 1993. – Т. 29. – №. 3. – С. 723-733.
50. Lammers J. H., Biesheuvel A. Concentration waves and the instability of bubbly flows // *Journal of Fluid Mechanics*. – 1996. – Т. 328. – С. 67-93.
51. Bubnova E. M. Demographic waves and labor resources // *Problems in Economics*. – 1986. – Т. 29. – №. 3. – С. 61-68.
52. Kucera M. The Czech Republic's demographic waves in the 1970s // *Acta Universitatis Carolinae. Geographica. Univerzita Karlova*. – 1995. – Т. 30. – №. 1-2. – С. 135-146.
53. Sinitsa A. L. Economic Consequences of Changes in Russia's Age Distribution During Demographic Waves // *Problems of Economic Transition*. – 2019. – Т. 61. – №. 1-3. – С. 153-171.
54. Davidchevsky Y. I. Orthogonal basis transformation of a complex harmonic represented as Poincare sphere // *Radiot. Elektron*. – 1976. – Т. 21. – №. 11. – С. 2398-2400.
55. Горбузов В. Н., Королько И. В. Траектории полиномиальной дифференциальной системы на сфере Пуанкаре // *Дифференциальные уравнения*. – 2002. – Т. 38. – №. 6. – С. 845-846.
56. Gorbuzov V. N., Korol'ko I. V. The trajectories of a polynomial differential system on the Poincare sphere // *Differential Equations*. – 2002. – Т. 38. – №. 6. – С. 897-898.
57. Ушко Д. С., Пономарёва О. А. Особые точки кубической дифференциальной системы на экваторе сферы Пуанкаре // *Вестник Адыгейского государственного университета. Серия 4: Естественно-математические и технические науки*. – 2007. – №. 4. – С. 19-22.
58. Latipov H. R. On the global behavior of the characteristics of a differential equation on the equator of the Poincare sphere (R) // *Investigations on Differential Equations* – 1963. – С. 110.
59. Шарипов Ш. Р. О распределении особых точек на экваторе сферы Пуанкаре // *Труды Самаркандского госуниверситета имени Алишера Навои*. – 1964. – №. 144. – С. 88-92.

60. Латипов Х.Р. О распределении особых точек уравнения Фроммера на всей плоскости // Известия Высших Учебных Заведений. Математика. – 1965. – №1. – С. 96–104.
61. Ройтенберг В. Ш. Грубость полиномиальных векторных полей в окрестности экватора сферы Пуанкаре // Вестник Костромского государственного университета. – 2014. – Т. 20. – №. 7. – С. 15-18.
62. Ройтенберг В. Ш. Полиномиальные векторные поля первой степени негрубости в окрестности экватора сферы Пуанкаре // Математика и естественные науки. Теория и практика. – 2015. – С. 78-91.
63. Ройтенберг В. Ш. О связанных компонентах множества полиномиальных векторных полей, грубых в окрестности экватора сферы Пуанкаре // Вестник Адыгейского государственного университета. Серия 4: Естественно-математические и технические науки. – 2015. – №. 4 (171). – С. 22-29.
64. Zhao S., Wu C., Cheng M., Li Z., Feng Z. Poincare sphere method for optimizing the wavelength converter based on nonlinear polarization rotation in semiconductor optical amplifiers // IEEE journal of quantum electronics. – 2009. – Т. 45. – №. 8. – С. 1006-1013.
65. Adamatzky A. Physarum machines: encapsulating reaction–diffusion to compute spanning tree // Naturwissenschaften. – 2007. – Т. 94. – №. 12. – С. 975-980.
66. Adamatzky A. From reaction-diffusion to Physarum computing // Natural Computing. – 2009. – Т. 8. – С. 431-447.
67. Adamatzky A. Slime mould processors, logic gates and sensors // Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences. – 2015. – Т. 373. – №. 2046. – С. 20140216.
68. Adamatzky A. A would-be nervous system made from a slime mold // Artificial life. – 2015. – Т. 21. – №. 1. – С. 73-91.
69. Adamatzky A. Collision-based computing in Belousov–Zhabotinsky medium // Chaos, Solitons & Fractals. – 2004. – Т. 21. – №. 5. – С. 1259-1264.
70. Adamatzky A. A brief history of liquid computers // Philosophical Transactions of the Royal Society B. – 2019. – Т. 374. – №. 1774. – С. 20180372.
71. Tsompanas M. A., Fyrigos I. A., Ntinis V., Adamatzky A., Sirakoulis G. C. Light sensitive Belousov–Zhabotinsky medium accommodates multiple logic gates. // BioSystems. – 2021. – Т. 206. – С. 104447.
72. Adamatzky A. Neuroscience without neurons // AIP Conference Proceedings. – 2022. – Т. 2425. – №. 1. – С. 390001.
73. Chatzinikolaou T. P., Fyrigos I. A., Ntinis V., Kitsios S., Tsompanas M. A., Bousoulas P., Tsoukalas D., Adamatzky A., Sirakoulis G. C. Chemical wave computing from labware to electrical systems // Electronics. – 2022. – Т. 11. – №. 11. – С. 1683.
74. Zhai L. S., Zong Y. B., Wang H. M., Yan C., Gao Z. K., Jin N. D. Characterization of flow pattern transitions for horizontal liquid–liquid pipe flows by using multi-scale distribution entropy in coupled 3D phase space // Physica A: Statistical Mechanics and its Applications. – 2017. – Т. 469. – С. 136-147.
75. Sarkar S., Dutta P., Chandra A., Dey A. Study the Effect of Cognitive Stress on HRV Signal Using 3D Phase Space Plot in Spherical Coordinate System // Lecture Notes in Electrical Engineering. – 2018. – Т. 575. – С. 227-237.
76. Pace F., Frusciante N. A 3D Phase Space Analysis of Scalar Field Potentials // Universe. – 2022. – Т. 8. – №. 3. – С. 145.
77. Bohm D., Carmi G. Separation of motions of many-body systems into dynamically independent parts by projection onto equilibrium varieties in phase space. I // Physical Review. – 1964. – Т. 133. – №. 2A. – С. A319-A331.
78. Carmi G., Bohm D. Separation of motions of many-body systems into dynamically independent parts by projection onto equilibrium varieties in phase space. II // Physical Review. – 1964. – Т. 133. – №. 2A. – С. A332-A350.

79. Johnson M. T., Povinelli R. J. Generalized phase space projection for nonlinear noise reduction // *Physica D: Nonlinear Phenomena*. – 2005. – T. 201. – №. 3-4. – C. 306-317.
80. Luo X., Zhang J., Small M. Optimal phase-space projection for noise reduction // *Physical Review E*. – 2005. – T. 72. – №. 4. – C. 046710.
81. Bartolovic N., Gross M., Günther T. Phase space projection of dynamical systems // *Computer Graphics Forum*. – 2020. – T. 39. – №. 3. – C. 253-264.
82. García-Álvarez L., Ferraro A., Ferrini G. From the Bloch sphere to phase-space representations with the Gottesman–Kitaev–Preskill encoding // *Mathematics for Industry*. – 2021. – T. 33. – C. 79-92.
83. Bartkiewicz K., Miranowicz A. Optimal cloning of qubits given by an arbitrary axisymmetric distribution on the Bloch sphere // *Physical Review A*. – 2010. – T. 82. – №. 4. – C. 042330.
84. Mäkelä H., Messina A. N-qubit states as points on the Bloch sphere // *Physica Scripta*. – 2010. – T. 2010. – №. T140. – C. 014054.
85. Zhou D., Joynt R. Noise-induced looping on the Bloch sphere: Oscillatory effects in dephasing of qubits subject to broad-spectrum noise // *Physical Review A*. – 2010. – T. 81. – №. 1. – C. 010103.
86. Kim S. Distances of qubit density matrices on Bloch sphere // *Journal of Mathematical Physics*. – 2011. – T. 52. – №. 10. – C.102303.
87. Brox H., Bergli J., Galperin Y. M. Bloch-sphere approach to correlated noise in coupled qubits // *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*. – 2012. – T. 45. – №. 45. – C. 455302.
88. Siudzińska K., Chruściński D. Decoherence of a qubit as a diffusion on the Bloch sphere // *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*. – 2015. – T. 48. – №. 40. – C. 405202.
89. Wie C. R. Two-qubit Bloch sphere // *Physics*. – 2020. – T. 2. – №. 3. – C. 383-396.
90. Heusler S., Schlummer P., Ubben M. S. A Knot Theoretic Extension of the Bloch Sphere Representation for Qubits in Hilbert Space and Its Application to Contextuality and Many-Worlds Theories // *Symmetry*. – 2020. – T. 12. – №. 7. – C. 1135.
91. Cafaro C., Alsing P. M. Qubit geodesics on the Bloch sphere from optimal-speed Hamiltonian evolutions // *Classical and Quantum Gravity*. – 2023. – T. 40. – №. 11. – C. 115005.
92. Goyal S. K., Simon B. N., Singh R., Simon S. Geometry of the generalized Bloch sphere for qutrits // *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*. – 2016. – T. 49. – №. 16. – C. 165203.
93. Sharma G., Ghosh S. Four-dimensional Bloch sphere representation of qutrits using Heisenberg-Weyl Operators. – Ithaca, 2023. – 28 c. – (Preprint / Cornell University Library; arXiv №: 2101.06408v3).
94. Havel T. F., Doran C. J. L. A Bloch-sphere-type model for two qubits in the geometric algebra of a 6D Euclidean vector space // *Proc. SPIE*. – 2004. – T. 5436. – C. 93-106.
95. Mittal V., Goyal S., Akhilesh K. S. Bloch sphere representation of geodesics and null phase curves of higher-dimensional state space // *Bulletin of the American Physical Society*. – 2022. – T. 67. – №. 3. – Abstract: M35.00013.
96. Lutchyn R. M., Cywiński Ł., Nave C. P., Sarma S. D. Quantum decoherence of a charge qubit in a spin-fermion model // *Physical Review B*. – 2008. – T. 78. – №. 2. – C. 024508.
97. Mogilevtsev D., Maloshtan A., Kilin S., Oliveira L. E., Cavalcanti S. B. Spontaneous emission and qubit transfer in spin-1/2 chains // *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*. – 2010. – T. 43. – №. 9. – C. 095506.
98. Zenchuk A. I. Remote creation of a one-qubit mixed state through a short homogeneous spin-1/2 chain // *Physical Review A*. – 2014. – T. 90. – №. 5. – C. 052302.
99. Kerman A. J. Superconducting qubit circuit emulation of a vector spin-1/2 // *New Journal of Physics*. – 2019. – T. 21. – №. 7. – C. 073030.

100. Fel'dman E. B., Zenchuk A. I. M-neighbor approximation in one-qubit state transfer along zigzag and alternating spin-1/2 chains // *Physica Scripta*. – 2022. – T. 97. – №. 9. – C. 095101.
101. Kuzmak A. R. Preparation of two-qubit entangled states on a spin-1/2 Ising-Heisenberg diamond spin cluster by controlling the measurement // *Annals of Physics*. – 2023. – C. 169397.
102. Souza F. M., Sanz L. Lindblad formalism based on fermion-to-qubit mapping for nonequilibrium open quantum systems // *Physical Review A*. – 2017. – T. 96. – №. 5. – C. 052110.
103. Steudtner M., Wehner S. Fermion-to-qubit mappings with varying resource requirements for quantum simulation // *New Journal of Physics*. – 2018. – T. 20. – №. 6. – C. 063010.
104. Nys J., Carleo G. Variational solutions to fermion-to-qubit mappings in two spatial dimensions // *Quantum*. – 2022. – T. 6. – C. 833.
105. Harrison B. Fermion-to-Qubit Encodings for Quantum Simulation // *Bulletin of the American Physical Society*. – 2022. – T. 67. – №3. – Abstract: N40.00003.
106. Chen Y. A., Xu Yu. Equivalence between fermion-to-qubit mappings in two spatial dimensions // *PRX Quantum*. – 2023. – T. 4. – №. 1. – C. 010326.
107. Nys J., Carleo G. Quantum circuits for solving local fermion-to-qubit mappings // *Quantum*. – 2023. – T. 7. – C. 930.
108. Hou C. Y., Pekker D., Manucharyan V., Demler E. Coherent oscillations between single fluxonium qubit and Majorana fermion qubit // *Bulletin of the American Physical Society*. – 2013. – T. 58. – №1. – Abstract ID: BAPS.2013.MAR.F27.3.
109. Chen Y., He Y. Majorana fermion qubit states and non-Abelian braiding statistics in quenched inhomogeneous spin ladders // *Bulletin of the American Physical Society*. – 2014. – T. 59. – №1. – Abstract ID: BAPS.2014.MAR.B45.15.
110. Nadj-Perge S., Frolov S. M., Bakkers E. P. A. M., Kouwenhoven L. P. Spin-orbit qubit in a semiconductor nanowire // *Nature*. – 2010. – T. 468. – №. 7327. – C. 1084-1087.
111. Frolov S. Spin-orbit qubit in a semiconductor nanowire // *Bulletin of the American Physical Society*. – 2011. – T. 56. – №1. – Abstract: B1.00002.
112. Larsen T. W., Petersson K. D., Kuemmeth F., Jespersen T. S., Krogstrup P., Nygård, J., Marcus, C. M. Semiconductor-nanowire-based superconducting qubit // *Physical review letters*. – 2015. – T. 115. – №. 12. – C. 127001.
113. Datta S., Menon L., Bandyopadhyay S. Coherent spin injection across a ferromagnet/semiconductor interface in an electrochemically self assembled nanowire array // *The Electrochemical Society Proceedings*. – 2002. – T. 2002-9. – C. 7-11.
114. Varfolomeev A., Patibandla S., Bandyopadhyay S. Self-Assembled Nanowire Arrays of Metal-Insulator-Semiconductor Diodes Exhibiting S-Type Nonlinearity // *IEEE transactions on nanotechnology*. – 2008. – T. 7. – №. 6. – C. 800-805.
115. Katkar R. A., Ramanathan S., Bandyopadhyay S., Tait G. B. Wire-size-dependent optical activity in electrochemically self-assembled II-VI semiconductor nanowire arrays // *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*. – 2008. – T. 40. – №. 3. – C. 556-560.
116. Lu-gang B., Xiang S., Hong-yan S. Application and Self-assembly of Semiconductor Nanowire // *Semiconductor Photonics and Technology*. – 2009. – T. 15. – №. 4. – C. 195-202.
117. Mayer T. Directed Self-Assembly of III-V Semiconductor Nanowire and 2D Atomic Crystal Nanosheet Arrays for Advanced Nanoelectronic Devices // *Bulletin of the American Physical Society*. – 2014. – T. 59. – №1. – Abstract ID: BAPS.2014.MAR.S23.3.
118. Yu Y., Zha G. W., Shang X. J., Yang S., Sun B. Q., Ni H. Q., Niu Z. C. Self-assembled semiconductor quantum dots decorating the facets of GaAs nanowire for single-photon emission // *National Science Review*. – 2017. – T. 4. – №. 2. – C. 196-209.

119. Lin C. J., Chen C. H. A self-organizing quantum neural fuzzy network and its applications // *Cybernetics and Systems: An International Journal*. – 2006. – Т. 37. – №. 8. – С. 839-859.

120. Liu S., You X. Self-organizing quantum evolutionary algorithm based on quantum dynamic mechanism // *Lecture Notes in Computer Science*. – 2009. – Т. 5855. – С. 69-77.

121. Yang F., Nie S. The application of improved quantum self-organizing neural network model in web users access mode mining // *Communications in Computer and Information Science*. – 2012. – Т. 289. – С. 385-393.

122. Bhattacharyya S., Pal P., Bhowmick S. Binary image denoising using a quantum multilayer self organizing neural network // *Applied Soft Computing*. – 2014. – Т. 24. – С. 717-729.

123. Alanis D., Botsinis P., Ng S. X., Hanzo L. Quantum-assisted routing optimization for self-organizing networks // *IEEE Access*. – 2014. – Т. 2. – С. 614-632.

124. Pal P., Bhattacharyya S., Mani A. Pure color object extraction from a noisy state using quantum version parallel self organizing neural network // *International Journal of Computers and Applications*. – 2016. – Т. 38. – №. 2-3. – С. 164-186.

125. Konar, D., Bhattacharyya, S., Panigrahi, B. K., & Nakamatsu, K. A quantum bi-directional self-organizing neural network (QBDSO) architecture for binary object extraction from a noisy perspective // *Applied Soft Computing*. – 2016. – Т. 46. – С. 731-752.

126. Zhou H., Li Y., Xu H., Su Y., Chen L. A self-organizing fuzzy neural network modeling approach using an adaptive quantum particle swarm optimization // *Applied Intelligence*. – 2023. – Т. 53. – №. 11. – С. 13569-13592.

127. Градов О.В. Методы визуализации реакционно-диффузионных процессов и колебательных реакций. – Москва, 2009. – 52 с. – (Препр. / НИО МГОУ).

128. Adamovic E. D., Aleksandrov P. L., Gradov O. V., Mamalyga L. M., Mamalyga M. L. Correction of the recording artifacts and detection of the functional deviations in ECG by means of syndrome decoding with an automatic burst error correction of the cyclic codes using periodograms for determination of code component spectral range. Part I // *Cardiometry*. – 2015. – №. 6. – С. 65–76. DOI: 10.12710/cardiometry.2015.6.6576

129. Adamovic E. D., Aleksandrov P. L., Gradov O. V., Mamalyga L. M., Mamalyga M. L. Correction of the recording artifacts and detection of the functional deviations in ECG by means of syndrome decoding with an automatic burst error correction of the cyclic codes using periodograms for determination of code component spectral range. Part II // *Cardiometry*. – 2016. – №. 8. – С. 39–46. DOI: 10.12710/cardiometry.2016.8.3946

130. Adamovic E. D., Aleksandrov P. L., Gradov O. V., Mamalyga L. M., Mamalyga M. L. Correction of the recording artifacts and detection of the functional deviations in ECG by means of syndrome decoding with an automatic burst error correction of the cyclic codes using periodograms for determination of code component spectral range. Supplement for the Part III // *Mendeley Data (Elsevier)*. – 2019. – Version I. DOI: 10.17632/scjj4xngcf.1

131. Александров П.Л., Градов О.В., Зайцев Е.В. Масс-кепстрометрия ионно-циклотронного резонанса на базе data station на платформе PXI под управлением GUI под LabVIEW // *Инженерные и научные приложения на базе технологий NI. Сборник трудов XIV международной научно-практической конференции*. – ДМК-ПРЕСС Москва: 2015. – С.23–25.

132. Александров П.Л., Градов О.В., Зайцев Е.В. Фазовая масс-характериография ионно-циклотронного резонанса на базе data station на шасси PXI под управлением GUI под LabVIEW // *Инженерные и научные приложения на базе технологий NI. Сборник трудов XIV международной научно-практической конференции*. – ДМК-ПРЕСС Москва: 2015. – С.26–28.

Applicability of Visualizations on the Poincaré Sphere for The Study of Oscillatory Processes in Photochemical and Photoelectrochemical Systems Including Photoinduced Processes in Semiconductors

O.V. Gradov¹

N.N. Semenov Federal Research Center for Chemical Physics (FRC CP) of the Russian Academy of Sciences, CHEMBIO Department, Kosygina str. 4, 119991, Moscow, Russian Federation

¹ ORCID: 0000-0001-5118-6261, o.v.gradov@gmail.com

Abstract

The use of visualization on the Poincaré sphere for the analysis of self-organization in semiconductors is quite exotic, however, it does not have physical reasons that would make it impossible to implement this approach. We propose to use the Poincaré sphere visualization method to analyze fluctuations and oscillations in the experimentally measurable concentrations of different ions in self-organizing media, including semiconductors and their precursors under conditions of photoinduced self-organization and microwave-induced self-organization (as well as to analyze the oscillatory impulse wave behavior of their self-organization products in ultrafine form as dispersed semiconductor devices). Approbation of this principle is carried out by means of projection onto the sphere of phase portraits of these types of vibrations, which is equivalent to the implementation of an operator that projects a 2D planar graph onto a 3D sphere.

Keywords: Poincaré sphere, phase portrait, scientific 3D visualization.

References

1. Malykin G. B. Use of the Poincaré sphere in polarization optics and classical and quantum mechanics. Review // Radiophysics and Quantum Electronics. – 1997. – V. 40. – No. 3. – P. 175-195.
2. Segre S. E. Analysis of tokamak polarimetry by a hybrid Jones matrix/Poincaré sphere method // Plasma Physics and Controlled Fusion. – 1994. – V. 36. – No. 9. – P. 1457.
3. Pelzerba. Properties of Poincaré sphere - application to stress analysis // Annales de la Société Scientifique de Bruxelles: Ser. 1 - Sciences Mathématiques, Astronomiques et Physiques. – 1970. – V. 84. – No. 3. – P. 323.
4. Stephens N. W. F. Poincaré sphere representation // Applied Optics. – 1982. – V. 21. – No. 16. – P. 2865-2865.
5. Ratajczyk F. One more application of Poincaré sphere // Optica Applicata. – 1995. – V. 25. – No. 2. – P. 153-156.
6. Dettwiller L. Imagerie, coherence, information-5-Theorie de la coherence de polarisation avec les matrices de Jones et la sphere de Poincaré-Applications-1. Formulation du probleme en termes de matrices de // Annales de Physique. – 1999. – V. 24. – No. 3. – P. 53-54.
7. Dettwiller L. Imagerie, coherence, information-5-Theorie de la coherence de polarisation avec les matrices de Jones et la sphere de Poincaré-Applications-2. Expression de la fonction et du facteur de // Annales de Physique. – 1999. – V. 24. – No. 3. – P. 55-58.

8. Dettwiller L. Imagerie, coherence, information-5-Theorie de la coherence de polarisation avec les matrices de Jones et la sphere de Poincare-Applications-3. Etude du facteur de coherence en fonction de la // *Annales de Physique*. – 1999. – V. 24. – No. 3. – P. 59-65.
9. Dettwiller L. Imagerie, coherence, information-5-Theorie de la coherence de polarisation avec les matrices de Jones et la sphere de Poincare-Applications-4. Proprietes // *Annales de Physique*. – 1999. – V. 24. – No. 3. – P. 66-72.
10. Dettwiller L. Imagerie, coherence, information-5-Theorie de la coherence de polarisation avec les matrices de Jones et la sphere de Poincare-Applications-5. Exemples et applications // *Annales de Physique*. – 1999. – V. 24. – No. 3. – P. 73-81.
11. Smirnov V.I. Visualization of the variance boundaries for the polarization parameters of light on the Poincare sphere // *Scientific Visualization*. – 2019. – T. 11. – No. 5. – P. 35-45.
12. Meng F., Song L. The Poincare Sphere Presentation of Polarized Light Devices' Effect // *Journal of Qufu Normal University: Natural Science*. – 2005. – V. 31. – No. 4. – P. 71.
13. Zhang D., Sun L., Dong X. Application of the poincare sphere in analyzing state polarization transmission in optical fiber // *Journal of Optoelectronics Laser*. – 2003. – V. 14. – No. 10. – P. 1099-1102.
14. Olivard P., Gerligand P. Y., Le Jeune B., Cariou J., Lotrian J. Stokes-Mueller formalism and Poincare sphere representation applied to studies of monomode optical fibers // *Proc. SPIE*. – 1997. – V. 3094. – P. 30-40.
15. Krishna C. H., Roy S. Poincare sphere representation for vector vortex modes of a few-mode fiber // *Optical Engineering*. – 2019. – V. 58. – No. 1. – P. 016109.
16. Chinn S. R. Differential coupled mode analysis and the Poincare sphere // *Applied Optics*. – 1989. – V. 28. – No. 9. – P. 1661-1665.
17. Chinn S. R. Differential coupled mode analysis and the Poincare sphere: erratum // *Applied Optics*. – 1989. – V. 28. – No. 18. – P. 3795-3795.
18. Zhao J., Xia Y., Zhang X. Fast Measurement of Polarization Mode Dispersion Using Improved Poincare Sphere Method // *Journal of Optoelectronics Laser*. – 2004. – V. 15. – No. 3. – P. 318-321.
19. Lang D. E. Flow lines on the Poincare sphere as an aid to the study of mode polarization in lasers // *IEEE Journal of Quantum Electronics*. – 1971. – V. 7. – P. 441-444.
20. Bacry H., Grossmann A., Zak J. Geometry of generalized coherent states 4th International Colloquium on Group Theoretical Methods in Physics, Nijmegen, 1975. 20p.
21. Potekhin V. K. Description of unpolarized radiation by means of a poincare sphere // *Optics Communications*. – 1983. – V. 46. – No. 5-6. – P. 261-264.
22. Ratajczyk F. Determination of both the state and the degree of polarization for a mixture of nonuniform, incoherent light beams with the aid of Poincare sphere // *Optica Applicata*. – 1995. – V. 25. – No. 2. – P. 103-107.
23. Villamizar Amado A. L., Sierra-Sosa D., Elmaghraby A., Grumel E., Rabal H., Tebaldi M. Poincare sphere noise filtering for singularities in dynamic speckle activity: Application to paint drying time measurement // *Optics and Lasers in Engineering*. – 2021. – V. 136. – P. 106317.
24. Ratajczyk F., Kurzynowski P. Poincare sphere in the optics of anisotropic media // *Optica Applicata*. – 1997. – V. 27. – P. 255-272.
25. Johnson M. Poincare sphere representation of birefringent networks // *Applied Optics*. – 1981. – V. 20. – No. 12. – P. 2075-2080.
26. Robert A. J. Application of a poincare sphere to precision ellipsometry // *Bulletin de la Societe Francaise Mineralogie et de Cristallographie*. – 1968. – V. 91. – No. 4. – P. R48.
27. Ablowitz M., Sigur H. [Solitons and the inverse problem method]. Moscow: Mir, 1987. 480 p. (in Russian)
28. Akhmediev A., Ankevich A. [Solitons. Nonlinear beams and pulses]. Moscow: Fizmatlit. 2003. 304 p. (in Russian)

29. Drichko N. M. The effect of phase-shifter errors on the transmittance of an interference-polarization filter step // *Soviet Journal of Optical Technology*. – 1970. – V. 37. – P. 90-93.
30. Malykin G. B. [Calculation of the non-reciprocal geometric phase of counter-propagating waves in a fiber ring interferometer by the Poincaré sphere method] // *Optika i Spektroskopiya*. – 1998. – T. 84. – No. 3. – P. 515-517. (in Russian)
31. Rokosova L. A., Rokos I. A. [Analysis of Polarized-Beam Interference by the Poincare Sphere Method] // *Optika i Spektroskopiya*. – 1983. – V. 54. – No. 5. – P. 839-845. (in Russian)
32. Heddle D. W. O. Tunable half-wave plates: an exercise on the Poincare sphere // *European Journal of Physics*. – 1980. – V. 1. – No. 4. – P. 216.
33. Suits F. Poincare sphere interpretation of Kerr-effect measurements using a photoelastic modulator // *IEEE Transactions on Magnetics*. – 1992. – V. 28. – No. 5. – P. 2976-2978.
34. Sauter E. G. Gaussian beams and the Poincare sphere // *Microwave and Optical Technology Letters*. – 1991. – V. 4. – No. 11. – P. 485-486.
35. Rodimov A. P., Potekhin V. A. Distribution of probabilities of position of polarization point of a partially polarized wave on a Poincare sphere // *Radio Engineering and Electronic Physics*. – 1967. – V. 12. – No. 12. – P. 2038-&.
36. Zhivotovskii L. A. Optimum polarization of receiving antenna // *Radio Engineering and Electronic Physics*. – 1972. – V. 17. – P. 1947-1949.
37. Zhivotovskii L. A. [The Poincare sphere and optimal selection] // *Radioelektronika*. – 1973. – V. 16. – P. 48-53. (in Russian).
38. Deschamps G. A., Mast P. E. Poincare sphere representation of partially polarized fields-reply // *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*. – 1975. – V. 23. – No. 5. – P. 748-748.
39. Czyż Z. H. Constant co-polarized echo curves on the Poincare sphere // *Journal of Telecommunications and Information Technology*. – 2001. – No. 4. – P. 7-10.
40. Okubo S. Receive antenna polarization optimization using genetic algorithm and Poincare sphere // *Kyokai Joho Imeji Zasshi / Journal of the Institute of Image Information and Television Engineers*. – 2002. – V. 56. – No. 4. – P. 663-669.
41. Shang F., Hirose A. Quaternion neural-network-based PolSAR land classification in Poincare-sphere-parameter space // *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*. – 2013. – V. 52. – No. 9. – P. 5693-5703.
42. Kinugawa K., Shang F., Usami N., Hirose A. Isotropization of quaternion-neural-network-based polsar adaptive land classification in poincare-sphere parameter space // *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*. – 2018. – V. 15. – No. 8. – P. 1234-1238.
43. Takizawa Y., Shang F., Hirose A. Adaptive land classification and new class generation by unsupervised double-stage learning in Poincare sphere space for polarimetric synthetic aperture radars // *Neurocomputing*. – 2017. – V. 248. – P. 3-10.
44. Sciammarella C. A., Lamberti L. Generalization of the Poincare sphere to process 2D displacement signals // *Optics and Lasers in Engineering*. – 2017. – V. 93. – P. 114-127.
45. Kuramoto Y., Tsuzuki T. Persistent propagation of concentration waves in dissipative media far from thermal equilibrium // *Progress of theoretical physics*. – 1976. – V. 55. – No. 2. – P. 356-369.
46. Gyorffy B. L., Stocks G. M. Concentration waves and Fermi surfaces in random metallic alloys // *Physical review letters*. – 1983. – V. 50. – No. 5. – P. 374.
47. Paterson R.,x Doran P. A new method for determining membrane diffusion coefficients from their response to regular forced concentration waves // *Journal of Membrane Science*. – 1986. – V. 27. – No. 2. – P. 105-117.
48. Van Wijngaarden L., Kapteyn C. Concentration waves in dilute bubble/liquid mixtures // *Journal of fluid mechanics*. – 1990. – V. 212. – P. 111-137.

49. Schweich D., Sardin M., Jauzein M. Properties of concentration waves in presence of nonlinear sorption, precipitation/dissolution, and homogeneous reactions: 1. Fundamentals // *Water resources research*. – 1993. – V. 29. – No. 3. – P. 723-733.
50. Lammers J. H., Biesheuvel A. Concentration waves and the instability of bubbly flows // *Journal of Fluid Mechanics*. – 1996. – V. 328. – P. 67-93.
51. Bubnova E. M. Demographic waves and labor resources // *Problems in Economics*. – 1986. – V. 29. – No. 3. – P. 61-68.
52. Kucera M. The Czech Republic's demographic waves in the 1970s // *Acta Universitatis Carolinae. Geographica. Univerzita Karlova*. – 1995. – V. 30. – No. 1-2. – P. 135-146.
53. Sinita A. L. Economic Consequences of Changes in Russia's Age Distribution During Demographic Waves // *Problems of Economic Transition*. – 2019. – V. 61. – No. 1-3. – P. 153-171.
54. Davidchevsky Y. I. [Orthogonal basis transformation of a complex harmonic represented as Poincaré sphere] // *Radiotekh. i Elektron*. – 1976. – V. 21. – No. 11. – P. 2398-2400. (in Russian)
55. Gorbuzov, V.N., Korol'ko, I.V. [Trajectories of a Polynomial Differential System on the Poincaré Sphere] // *Differentsialnye Uravneniya*. – 2002. – V. 38. – No. 6. – P. 845-846. (in Russian).
56. Gorbuzov V. N., Korol'ko I. V. The trajectories of a polynomial differential system on the Poincaré sphere // *Differential Equations*. – 2002. – T. 38. – No. 6. – P. 897-898.
57. Ushkho D.S., Ponomareva O.A. [Singular points of the cubic differential system on the equator of the Poincaré sphere] // *Bulletin of the Adygea State University. Series 4: Natural, mathematical and technical sciences*. – 2007. – No. 4. – P. 19-22. (in Russian)
58. Latipov H. R. On the global behavior of the characteristics of a differential equation on the equator of the Poincaré sphere // *Investigations on Differential Equations* – 1963. – P. 110.
59. Sharipov S.R. [On the distribution of singular points on the equator of the Poincaré sphere] // *Proceedings of Samarkand State University named after Alisher Navoi*. – 1964. – No. 144. – P. 88-92. (in Russian).
60. Latipov H.R. [On the distribution of singular points of the Frommer equation on the entire plane] // *Izvestiya of Higher Educational Institutions. Mathematics*. – 1965. – No. 1. – P. 96-104. (in Russian).
61. Roitenberg V.S. [Roughness of polynomial vector fields in the vicinity of the equator of the Poincaré sphere] // *Bulletin of Kostroma State University*. – 2014. – V. 20. – No. 7. – P. 15-18. (in Russian).
62. Roitenberg V.S. [Polynomial vector fields of the first degree of non-roughness in the neighborhood of the equator of the Poincaré sphere] // *Mathematics and Natural Sciences. Theory and practice*. – 2015. – P. 78-91. (in Russian).
63. Roitenberg V.S. [On the connected components of the set of polynomial vector fields that are rough in the neighborhood of the equator of the Poincaré sphere] // *Bulletin of the Adygea State University. Series 4: Natural, mathematical and technical sciences*. – 2015. – No. 4(171). – P. 22-29. (in Russian).
64. Zhao S., Wu C., Cheng M., Li Z., Feng Z. Poincaré sphere method for optimizing the wavelength converter based on nonlinear polarization rotation in semiconductor optical amplifiers // *IEEE journal of quantum electronics*. – 2009. – V. 45. – No. 8. – P. 1006-1013.
65. Adamatzky A. Physarum machines: encapsulating reaction-diffusion to compute spanning tree // *Naturwissenschaften*. – 2007. – V. 94. – No. 12. – P. 975-980.
66. Adamatzky A. From reaction-diffusion to Physarum computing // *Natural Computing*. – 2009. – V. 8. – P. 431-447.
67. Adamatzky A. Slime mould processors, logic gates and sensors // *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*. – 2015. – V. 373. – No. 2046. – P. 20140216.

68. Adamatzky A. A would-be nervous system made from a slime mold // *Artificial life*. – 2015. – V. 21. – No. 1. – P. 73-91.
69. Adamatzky A. Collision-based computing in Belousov–Zhabotinsky medium // *Chaos, Solitons & Fractals*. – 2004. – V. 21. – No. 5. – P. 1259-1264.
70. Adamatzky A. A brief history of liquid computers // *Philosophical Transactions of the Royal Society B*. – 2019. – V. 374. – No. 1774. – P. 20180372.
71. Tsompanas M. A., Fyrigos I. A., Ntinis V., Adamatzky A., Sirakoulis G. C. Light sensitive Belousov–Zhabotinsky medium accommodates multiple logic gates. // *BioSystems*. – 2021. – V. 206. – P. 104447.
72. Adamatzky A. Neuroscience without neurons // *AIP Conference Proceedings*. – 2022. – V. 2425. – No. 1. – P. 390001.
73. Chatzinikolaou T. P., Fyrigos I. A., Ntinis V., Kitsios S., Tsompanas M. A., Bousoulas P., Tsoukalas D., Adamatzky A., Sirakoulis G. C. Chemical wave computing from labware to electrical systems // *Electronics*. – 2022. – V. 11. – No. 11. – P. 1683.
74. Zhai L. S., Zong Y. B., Wang H. M., Yan C., Gao Z. K., Jin N. D. Characterization of flow pattern transitions for horizontal liquid–liquid pipe flows by using multi-scale distribution entropy in coupled 3D phase space // *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*. – 2017. – V. 469. – P. 136-147.
75. Sarkar S., Dutta P., Chandra A., Dey A. Study the Effect of Cognitive Stress on HRV Signal Using 3D Phase Space Plot in Spherical Coordinate System // *Lecture Notes in Electrical Engineering*. – 2018. – V. 575. – P. 227-237.
76. Pace F., Frusciante N. A 3D Phase Space Analysis of Scalar Field Potentials // *Universe*. – 2022. – V. 8. – No. 3. – P. 145.
77. Bohm D., Carmi G. Separation of motions of many-body systems into dynamically independent parts by projection onto equilibrium varieties in phase space. I // *Physical Review*. – 1964. – V. 133. – No. 2A. – P. A319-A331.
78. Carmi G., Bohm D. Separation of motions of many-body systems into dynamically independent parts by projection onto equilibrium varieties in phase space. II // *Physical Review*. – 1964. – V. 133. – No. 2A. – P. A332-A350.
79. Johnson M. T., Povinelli R. J. Generalized phase space projection for nonlinear noise reduction // *Physica D: Nonlinear Phenomena*. – 2005. – V. 201. – No. 3-4. – P. 306-317.
80. Luo X., Zhang J., Small M. Optimal phase-space projection for noise reduction // *Physical Review E*. – 2005. – V. 72. – No. 4. – P. 046710.
81. Bartolovic N., Gross M., Günther T. Phase space projection of dynamical systems // *Computer Graphics Forum*. – 2020. – V. 39. – No. 3. – P. 253-264.
82. García-Álvarez L., Ferraro A., Ferrini G. From the Bloch sphere to phase-space representations with the Gottesman–Kitaev–Preskill encoding // *Mathematics for Industry*. – 2021. – V. 33. – P. 79-92.
83. Bartkiewicz K., Miranowicz A. Optimal cloning of qubits given by an arbitrary axisymmetric distribution on the Bloch sphere // *Physical Review A*. – 2010. – V. 82. – No. 4. – P. 042330.
84. Mäkelä H., Messina A. N-qubit states as points on the Bloch sphere // *Physica Scripta*. – 2010. – V. 2010. – No. T140. – P. 014054.
85. Zhou D., Joynt R. Noise-induced looping on the Bloch sphere: Oscillatory effects in dephasing of qubits subject to broad-spectrum noise // *Physical Review A*. – 2010. – V. 81. – No. 1. – P. 010103.
86. Kim S. Distances of qubit density matrices on Bloch sphere // *Journal of Mathematical Physics*. – 2011. – V. 52. – No. 10. – P. 102303.
87. Brox H., Bergli J., Galperin Y. M. Bloch-sphere approach to correlated noise in coupled qubits // *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*. – 2012. – V. 45. – No. 45. – P. 455302.

88. Siudzińska K., Chruściński D. Decoherence of a qubit as a diffusion on the Bloch sphere // *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*. – 2015. – V. 48. – No. 40. – P. 405202.
89. Wie C. R. Two-qubit Bloch sphere // *Physics*. – 2020. – V. 2. – No. 3. – P. 383-396.
90. Heusler S., Schlummer P., Ubben M. S. A Knot Theoretic Extension of the Bloch Sphere Representation for Qubits in Hilbert Space and Its Application to Contextuality and Many-Worlds Theories // *Symmetry*. – 2020. – V. 12. – No. 7. – P. 1135.
91. Cafaro C., Alsing P. M. Qubit geodesics on the Bloch sphere from optimal-speed Hamiltonian evolutions // *Classical and Quantum Gravity*. – 2023. – V. 40. – No. 11. – P. 115005.
92. Goyal S. K., Simon B. N., Singh R., Simon S. Geometry of the generalized Bloch sphere for qutrits // *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*. – 2016. – V. 49. – No. 16. – P. 165203.
93. Sharma G., Ghosh S. Four-dimensional Bloch sphere representation of qutrits using Heisenberg-Weyl Operators. – Ithaca, 2023. – 28 c. – (Preprint / Cornell University Library; arXiv №: 2101.06408v3).
94. Havel T. F., Doran C. J. L. A Bloch-sphere-type model for two qubits in the geometric algebra of a 6D Euclidean vector space // *Proc. SPIE*. – 2004. – V. 5436. – P. 93-106.
95. Mittal V., Goyal S., Akhilesh K. S. Bloch sphere representation of geodesics and null phase curves of higher-dimensional state space // *Bulletin of the American Physical Society*. – 2022. – V. 67. – No. 3. – Abstract: M35.00013.
96. Lutchyn R. M., Cywiński Ł., Nave C. P., Sarma S. D. Quantum decoherence of a charge qubit in a spin-fermion model // *Physical Review B*. – 2008. – V. 78. – No. 2. – P. 024508.
97. Mogilevtsev D., Maloshtan A., Kilin S., Oliveira L. E., Cavalcanti S. B. Spontaneous emission and qubit transfer in spin-1/2 chains // *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*. – 2010. – V. 43. – No. 9. – P. 095506.
98. Zenchuk A. I. Remote creation of a one-qubit mixed state through a short homogeneous spin-1/2 chain // *Physical Review A*. – 2014. – V. 90. – No 5. – P. 052302.
99. Kerman A. J. Superconducting qubit circuit emulation of a vector spin-1/2 // *New Journal of Physics*. – 2019. – V. 21. – No. 7. – P. 073030.
100. Fel'dman E. B., Zenchuk A. I. M-neighbor approximation in one-qubit state transfer along zigzag and alternating spin-1/2 chains // *Physica Scripta*. – 2022. – V. 97. – No. 9. – P. 095101.
101. Kuzmak A. R. Preparation of two-qubit entangled states on a spin-1/2 Ising-Heisenberg diamond spin cluster by controlling the measurement // *Annals of Physics*. – 2023. – P. 169397.
102. Souza F. M., Sanz L. Lindblad formalism based on fermion-to-qubit mapping for nonequilibrium open quantum systems // *Physical Review A*. – 2017. – V. 96. – No. 5. – P. 052110.
103. Steudtner M., Wehner S. Fermion-to-qubit mappings with varying resource requirements for quantum simulation // *New Journal of Physics*. – 2018. – V. 20. – No. 6. – P. 063010.
104. Nys J., Carleo G. Variational solutions to fermion-to-qubit mappings in two spatial dimensions // *Quantum*. – 2022. – V. 6. – P. 833.
105. Harrison B. Fermion-to-Qubit Encodings for Quantum Simulation // *Bulletin of the American Physical Society*. – 2022. – V. 67. – No. 3. – Abstract: N40.00003.
106. Chen Y. A., Xu Yu. Equivalence between fermion-to-qubit mappings in two spatial dimensions // *PRX Quantum*. – 2023. – V. 4. – No. 1. – P. 010326.
107. Nys J., Carleo G. Quantum circuits for solving local fermion-to-qubit mappings // *Quantum*. – 2023. – V. 7. – P. 930.
108. Hou C. Y., Pekker D., Manucharyan V., Demler E. Coherent oscillations between single fluxonium qubit and Majorana fermion qubit // *Bulletin of the American Physical Society*. – 2013. – V. 58. – No. 1. – Abstract ID: BAPS.2013.MAR.F27.3.

109. Chen Y., He Y. Majorana fermion qubit states and non-Abelian braiding statistics in quenched inhomogeneous spin ladders // *Bulletin of the American Physical Society*. – 2014. – V. 59. – No. 1. – Abstract ID: BAPS.2014.MAR.B45.15.
110. Nadj-Perge S., Frolov S. M., Bakkers E. P. A. M., Kouwenhoven L. P. Spin-orbit qubit in a semiconductor nanowire // *Nature*. – 2010. – V. 468. – No. 7327. – P. 1084-1087.
111. Frolov S. Spin-orbit qubit in a semiconductor nanowire // *Bulletin of the American Physical Society*. – 2011. – V. 56. – No. 1. – Abstract: B1.00002.
112. Larsen T. W., Petersson K. D., Kuemmeth F., Jespersen T. S., Krogstrup P., Nygård, J., Marcus, C. M. Semiconductor-nanowire-based superconducting qubit // *Physical review letters*. – 2015. – V. 115. – No. 12. – P. 127001.
113. Datta S., Menon L., Bandyopadhyay S. Coherent spin injection across a ferromagnet/semiconductor interface in an electrochemically self assembled nanowire array // *The Electrochemical Society Proceedings*. – 2002. – No. 2002-9. – P. 7-11.
114. Varfolomeev A., Patibandla S., Bandyopadhyay S. Self-Assembled Nanowire Arrays of Metal-Insulator-Semiconductor Diodes Exhibiting S-Type Nonlinearity // *IEEE transactions on nanotechnology*. – 2008. – V. 7. – No. 6. – P. 800-805.
115. Katkar R. A., Ramanathan S., Bandyopadhyay S., Tait G. B. Wire-size-dependent optical activity in electrochemically self-assembled II-VI semiconductor nanowire arrays // *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*. – 2008. – V. 40. – No. 3. – P. 556-560.
116. Lu-gang B., Xiang S., Hong-yan S. Application and Self-assembly of Semiconductor Nanowire // *Semiconductor Photonics and Technology*. – 2009. – V. 15. – No. 4. – P. 195-202.
117. Mayer T. Directed Self-Assembly of III-V Semiconductor Nanowire and 2D Atomic Crystal Nanosheet Arrays for Advanced Nanoelectronic Devices // *Bulletin of the American Physical Society*. – 2014. – V. 59. – No. 1. – Abstract ID: BAPS.2014.MAR.S23.3.
118. Yu Y., Zha G. W., Shang X. J., Yang S., Sun B. Q., Ni H. Q., Niu Z. C. Self-assembled semiconductor quantum dots decorating the facets of GaAs nanowire for single-photon emission // *National Science Review*. – 2017. – V. 4. – No. 2. – P. 196-209.
119. Lin C. J., Chen C. H. A self-organizing quantum neural fuzzy network and its applications // *Cybernetics and Systems: An International Journal*. – 2006. – V. 37. – No. 8. – P. 839-859.
120. Liu S., You X. Self-organizing quantum evolutionary algorithm based on quantum dynamic mechanism // *Lecture Notes in Computer Science*. – 2009. – V. 5855. – P. 69-77.
121. Yang F., Nie S. The application of improved quantum self-organizing neural network model in web users access mode mining // *Communications in Computer and Information Science*. – 2012. – V. 289. – P. 385-393.
122. Bhattacharyya S., Pal P., Bhowmick S. Binary image denoising using a quantum multilayer self organizing neural network // *Applied Soft Computing*. – 2014. – V. 24. – P. 717-729.
123. Alanis D., Botsinis P., Ng S. X., Hanzo L. Quantum-assisted routing optimization for self-organizing networks // *IEEE Access*. – 2014. – V. 2. – P. 614-632.
124. Pal P., Bhattacharyya S., Mani A. Pure color object extraction from a noisy state using quantum version parallel self organizing neural network // *International Journal of Computers and Applications*. – 2016. – V. 38. – No. 2-3. – P. 164-186.
125. Konar, D., Bhattacharyya, S., Panigrahi, B. K., & Nakamatsu, K. A quantum bi-directional self-organizing neural network (QBDSOINN) architecture for binary object extraction from a noisy perspective // *Applied Soft Computing*. – 2016. – V. 46. – P. 731-752.
126. Zhou H., Li Y., Xu H., Su Y., Chen L. A self-organizing fuzzy neural network modeling approach using an adaptive quantum particle swarm optimization // *Applied Intelligence*. – 2023. – V. 53. – No. 11. – P. 13569-13592.

127. Gradov O.V. [Methods for visualizing reaction-diffusion processes and oscillatory reactions]. – Moscow, 2009. – 52 p. (in Russian).
128. Adamovic E. D., Aleksandrov P. L., Gradov O. V., Mamalyga L. M., Mamalyga M. L.. Correction of the recording artifacts and detection of the functional deviations in ECG by means of syndrome decoding with an automatic burst error correction of the cyclic codes using periodograms for determination of code component spectral range. Part I // *Cardiometry*. – 2015. – No. 6. – P. 65–76. DOI: 10.12710/cardiometry.2015.6.6576
129. Adamovic E. D., Aleksandrov P. L., Gradov O. V., Mamalyga L. M., Mamalyga M. L.. Correction of the recording artifacts and detection of the functional deviations in ECG by means of syndrome decoding with an automatic burst error correction of the cyclic codes using periodograms for determination of code component spectral range. Part II // *Cardiometry*. – 2016. – No. 8. – P. 39–46. DOI: 10.12710/cardiometry.2016.8.3946
130. Adamovic E. D., Aleksandrov P. L., Gradov O. V., Mamalyga L. M., Mamalyga M. L.. Correction of the recording artifacts and detection of the functional deviations in ECG by means of syndrome decoding with an automatic burst error correction of the cyclic codes using periodograms for determination of code component spectral range. Supplement for the Part III // *Mendeley Data (Elsevier)*. – 2019. – Version I. DOI: 10.17632/scjj4xngcf.1
131. Aleksandrov P. L., Gradov O. V., Zaitsev E. V. [Mass spectrometry of ion cyclotron resonance based on a data station on the PXI platform under GUI control under LabVIEW] // *Engineering and scientific applications based on NI technologies. Collection of proceedings of the XIV International Scientific and Practical Conference*. – DMK-PRESS Moscow: 2015. – pp. 23–25. (in Russian).
132. Aleksandrov P. L., Gradov O. V., Zaitsev E. V. [Phase mass-characterography of ion cyclotron resonance based on a data station on a PXI chassis under GUI control under LabVIEW] // *Engineering and scientific applications based on technologies NI. Collection of proceedings of the XIV International Scientific and Practical Conference*. – DMK-PRESS Moscow: 2015. – pp. 26–28. (in Russian)